

۱. سوال: اگر A و B دو ماتریس باشند به طوری که $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ، حاصل ضرب $A \times B$ را پیدا کنید.

پاسخ:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + 1 \times 2 & 2 \times 0 + 1 \times 5 \\ 3 \times 1 + 4 \times 2 & 3 \times 0 + 4 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 11 & 20 \end{bmatrix}$$

۲. سوال: تابع هزینه $C(x) = 2x^2 + 5x + 10$ و تابع درآمد $R(x) = 10x$ است. نقطه سر به سر (Break-even point) را پیدا کنید.

پاسخ:

در نقطه سر به سر، $C(x) = R(x)$:

$$x^2 + 5x + 10 = 10x$$

$$x^2 - 5x + 10 = 0 \rightarrow \text{با دلتا منفی، پاسخی در اعداد حقیقی ندارد} \rightarrow \text{نقطه سر به سر وجود ندارد.}$$

۳. سوال: یک شرکت حداکثر ۲۰۰ واحد محصول A و B تولید می‌کند. زمان تولید برای A برابر ۲ ساعت و برای B برابر ۱ ساعت است. مجموع ساعات کاری ۳۰۰ ساعت است. اگر سود هر واحد A ، برابر ۳۰ و برای B ، برابر ۲۰ باشد، مقدار بهینه سود را با روش برنامه‌ریزی خطی بیابید.

پاسخ:

مدل ریاضی:

$$\text{Max } Z = 30A + 20B$$

محدودیت‌ها:

$$A + B \leq 300$$

$$A + B \leq 200$$

$$A, B \geq 0$$

$$\text{حل با رسم نواحی قابل قبول} \rightarrow \text{نقطه بهینه در تقاطع } A = 100, B = 100 \rightarrow \text{سود} = 100 \times 30 + 100 \times 20 = 5000$$

۴. سوال: اگر $x(t) = 3t^2 + 2t - 1$ ، مشتق x نسبت به t را بیابید.

پاسخ:

$$x'(t) = 6t + 2$$

۵. سوال: یک شرکت برای نگهداری موجودی، هزینه سالانه نگهداری هر کالا را ۵ درصد قیمت آن اعلام کرده است. اگر قیمت هر کالا ۲۰۰ هزار تومان و تقاضای سالانه ۱۰۰۰ واحد باشد، مقدار اقتصادی سفارش (EOQ) را بیابید. (هزینه سفارش = ۱۰۰ هزار تومان)

پاسخ:

$$EOQ = \sqrt{(2DS)/H} \text{ فرمول}$$

$$D = 1000, S = 100,000, H = 5\% \times 200,000 = 10,000$$

$$EOQ = \sqrt{(2 \times 1000 \times 100,000) / 10,000} = \sqrt{(20,000,000 / 10,000)} = \sqrt{2000} \approx 44.7$$

۶. سوال: اگر تابع سود برابر باشد با $P(x) = -2x^2 + 40x - 150$ مقدار x که سود را بیشینه می کند، چیست؟

پاسخ:

$$x = -b/2a = -40 / (2 \times -2) = 10$$

۷. سوال: احتمال موفقیت پروژه A برابر ۰,۷ و پروژه B برابر ۰,۵ است. اگر مستقل باشند، احتمال اینکه حداقل یکی موفق شود چیست؟

پاسخ:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.7 + 0.5 - (0.7 \times 0.5) = 1.2 - 0.35 = 0.85$$

۸. سوال: میانگین نمرات دانشجویان کلاس ۷۰ و انحراف معیار ۱۰ است. اگر نمرات به صورت نرمال توزیع شده باشد، چند درصد دانشجویان نمره‌ای بین ۶۰ و ۸۰ دارند؟

پاسخ:

این بازه برابر با یک انحراف معیار در دو طرف میانگین است $\rightarrow$ حدود ۶۸٪

۹. سوال: نرخ رشد سالانه فروش یک شرکت ۸٪ است. اگر فروش فعلی ۱۰۰ میلیون تومان باشد، فروش ۳ سال بعد چقدر خواهد بود؟

پاسخ:

$$FV = PV \times (1 + r)^t = 100 \times (1.08)^3 \approx 100 \times 1.2597 = 125.97 \text{ میلیون تومان}$$

۱۰. سوال: یک تابع تولید به صورت $Q = L^{0.5} \times K^{0.5}$ است. اگر $L = 16$ و $K = 9$ باشد، مقدار Q را بیابید.

پاسخ:

$$Q = \sqrt{16} \times \sqrt{9} = 4 \times 3 = 12$$